

YÜKSEK YAPILARIN ÇÖZÜMLEMESİNDE KULLANILAN EŞDEĞER ÇERÇEVE YÖNTEMLERİNİN İNCELENMESİ

INVESTIGATION OF EQUIVALENT FRAME METHODS FOR TALL BUILDING ANALYSIS

Ramazan AYAZOĞLU¹ ve Barış ERKUŞ²

ÖZET

Bu bildiride, yüksek yapıların çözümlemesinde kullanılan eşdeğer çerçeve yöntemleri incelenmiştir. Yüksek yapıların tasarımı esnasında kullanılan matematiksel modellerde, döşemelerin kabuk eleman ile modellenmesi oldukça yaygın bir yöntemdir. Ancak kullanılan kabuk ağının detaylı olması ve eleman sayısının fazla olması durumunda, doğrusal ya da doğrusal olmayan çözümlemelerin ya çok uzun sürede tamamlanmasına ya da hiç tamamlanamamasına neden olabilmektedir. Yüksek yapılarda kabuk döşemelerin çubuk elemanlar ile modellendiği eşdeğer çerçeve sistemleri bu soruna yaklaşık bir çözüm olarak kullanılmakla beraber, bu yöntemlerin geçerlilikleri araştırılmalıdır. Eşdeğer çerçeve yöntemlerinin geçerliğini araştırmak amacı ile Türkiye’de inşası yakın dönemde tamamlanmış, 43 katlı betonarme perde duvarlı bir yapı incelenmiş, araştırma için kat planları basitleştirilmiştir. Yapı tasarımı, ulusal ve uluslararası yönetmelikler ve tasarım kılavuzları göz önüne alınarak tekrarlanmış ve matematiksel model elde edilmiştir. Döşeme kabuklarına denk gelen eşdeğer çerçeveler literatürde önerilen yöntemler ile elde edilmiştir. Orijinal matematiksel model ile eşdeğer çerçeve modellerinin yapısal davranışı eşdeğer statik, modal ve modal birleştirme yöntemleri kullanılarak karşılaştırılmıştır. Bu çözümlemelerde, kabuk düzlem dışı doğrusal olmayan davranışı ve kabuk düzlem içi rijitliği gibi konular irdelenmiş ve daha etkin eşdeğer çerçeve modellemesi için önerilerde bulunulmuştur. Elde edilen sonuçlar, doğru uygulandığı zaman eşdeğer çerçeve yöntemlerinin daha kesin sonuçlar verdiğini göstermektedir. Tüm sonuçlar incelenerek, eşdeğer çerçeve modelinin geliştirilmesinde dikkat edilmesi gereken noktalar ve öneriler özetlenmiştir.

Anahtar kelimeler: Yüksek yapılar, Eşdeğer çerçeve yöntemi

ABSTRACT

This paper investigates equivalent frame method used for analysis of tall buildings. For tall buildings, using frame elements to represent shell slab elements is commonly preferred to obtain analysis results quicker. In this context, shell-slab elements in the actual structural system of the sample building are represented as equivalent frame elements, which are derived according to the recommended methods in literature. Further an improvement is suggested to model the in-plane rigidity of the floors. The structural behavior of structure model with shell elements and equivalent frame model are compared by using equivalent lateral load and modal combination procedures. The results presented graphically. The results show that equivalent frame methods can approximate shell-element model considerably well.

Keywords: Tall building, Equivalent frame method

¹İnşaat Yüksek Müh., Meinhardt, İstanbul, ramazanayazoglu@gmail.com

²Yrd. Doç. Dr., İTÜ, İstanbul, bariserkus@gmail.com

GİRİŞ

Yüksek yapıların tasarımı esnasında kullanılan matematiksel modellerde, döşemelerin kabuk eleman ile modellenmesi oldukça yaygın bir yöntemdir. Ancak kullanılan kabuk ağının detaylı olması ve eleman sayısının fazla olması durumunda, doğrusal ya da doğrusal olmayan çözümlemelerin ya çok uzun sürede tamamlanmasına ya da hiç tamamlanamamasına neden olabilmektedir. Yüksek yapılarda kabuk döşemelerin çubuk elemanlar ile modellendiği eşdeğer çerçeve sistemleri bu soruna yaklaşık bir çözüm olarak kullanılmaktadır. Eşdeğer çerçeve sistemini modellemek için birçok analitik model mevcuttur (Vanderbilt ve Corley 1983).

Düşey ve yatay yüke maruz kalan döşeme sistemleri genel olarak

- Elastik sonlu elemanlar yöntemi ile;
- Kolonlar arasındaki etkili döşeme genişliğini eğilme elemanları olan kirişler ile temsil eden efektif kiriş genişliği yöntemi ile;
- Eğilme ve burulma elemanlarının birlikte kullanılmasıyla oluşturulan eşdeğer çerçeve yöntemi ile

çözülür (Hwang ve Moehle 2000). Sonlu elemanlar yönteminde kolonlar çubuk elemanlar ile döşeme ise kabuk elemanlar ile temsil edilir. Efektif kiriş genişliği yönteminde kolon ve döşemeler birbirlerini rijit düğüm noktasında birleştirilen çubuk elemanlar ile tanımlanır. Eşdeğer çerçeve yönteminde ise kolon ve döşemeler birbirlerine düğüm noktasında yaylar ile birleştirilen çubuk elemanlar ile bağlanır (FEMA356, 2000).

Efektif kiriş genişliği modelinde Pecnold (1975), Allen ve Darvall (1977) ve eşdeğer kolon modelinde ise Corley vd., (1961), Corley ve Jirsa (1970) statik yükler altında klasik kabuk teorisi ve sonlu elemanlar yöntemini kullanarak döşeme kabuk elemanlarının rijitliğini tahmin etmeye çalışmışlardır. Bu araştırmalarda düşey ve sismik yüklerin birlikte etkimesi altında histeretik davranış ve döşeme sistemlerinin düğüm noktalarındaki moment transfer kapasitesi dikkate alınmamıştır. Günümüzde ise Luo ve Durrani (1995a, 1995b), Grossman (1997), Hwang ve Moehle (2000), Dovich ve Wight (2005) betonarme döşeme sistemlerinde deneysel sonuçlara dayanarak efektif döşeme genişliği ve rijitlik modelleri üzerinde çalışmalarına devam etmişlerdir. Hueste ve Wight (1997) yapılan bu çalışmaları art germe döşeme sistemlerine uyarlamıştır.

Bu bildiride, Tasarım binasındaki döşemeler Hwang ve Moehle (2000) tarafından önerilen efektif kiriş genişliği yöntemi kullanılarak çubuk elemanlar yardımıyla modellenmiştir. Bazı basit modellerde gerçek döşeme, kendi yatay genişliği boyunca düzgün bir şekilde dönecek döşeme-kiriş elemanları ile değiştirilir. Burada kiriş derinliği gerçek döşeme ile aynı alınırken kiriş genişliği ise döşemenin yatay genişliğinin belirli bir kısmını ifade edecek şekilde modellenir (Hwang ve Moehle 2000).

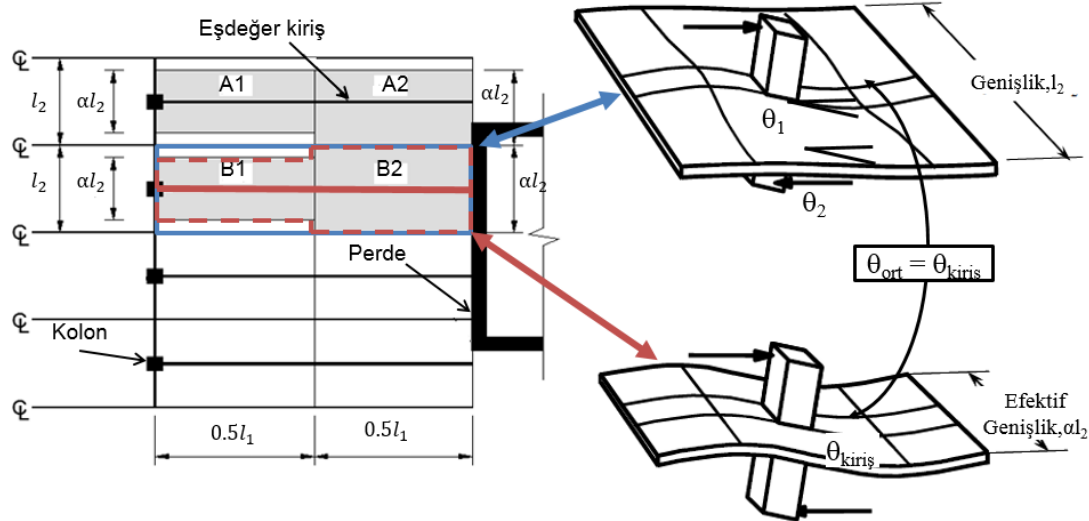
Eşdeğer çerçeve yöntemlerinin geçerliğini araştırmak amacı ile Türkiye’de inşası yakın dönemde tamamlanmış, 43 katlı betonarme perde duvarlı bir yapı incelenmiş, araştırma için kat planları basitleştirilmiştir. Yapı tasarımı, ulusal ve uluslararası yönetmelikler ve tasarım kılavuzları göz önüne alınarak tekrarlanmış ve matematiksel model elde edilmiştir. Orijinal matematiksel model ile eşdeğer çerçeve modellerinin yapısal davranışı eşdeğer statik, modal ve modal birleştirme yöntemleri kullanılarak karşılaştırılmıştır.

EŞDEĞER KİRİŞ TEORİSİ

Eşdeğer Çerçeve Yöntemi

Döşeme ve kolon içeren bir sistemde, döşeme tüm genişliği boyunca efektif olarak çalışamaz. Şekil 1’de tipik kolon döşeme bağlantı davranışı gösterilmiştir. Resim1’ de gözüktüğü üzere düğüm

noktasının dönmeye maruz kaldığı sırada kolon kenarındaki döşeme kolonlar birlikte dönerken, döşemenin daha uzaktaki parçası aynı dönmeyi gerçekleştiremez. Bu nedenden dolayı döşeme tüm şerit genişliği boyunca efektif olarak çalışamaz. Kabuk elemanların efektif olarak çalışan kısmının, temsil edilebilmesi için bu elemanlar kendi yatay genişliği boyunca düzgün bir şekilde dönecek döşeme-kiriş elemanları ile değiştirilir.



Şekil 1. Eşdeğer giriş konsepti (ATC72, 2010 ve ASCE/SEI 41 Supplement 1 referanslarından alınarak hazırlanmıştır).

Elastik Efektif Genişlik

Banchik (1987) sonlu elemanlar tekniği kullanarak döşemeler için efektif genişlik çözümleri sunmuştur. Bu çözümler kare kolonların orta, kenar ve köşe birleşimleri için ayrı ayrı uygulanmıştır. Hwang ve Moehle (2000) tarafından elastik efektif döşeme genişliği için, Banchik (1987)'in çözümlerinden yararlanarak, aşağıdaki formüller önerilmiştir. Kolon giriş birleşimleri için:

Orta kolonlar: $b = \alpha l_2 = c_1 + l_1 / 3$, Kenar Kolonlar: $b = \alpha l_2 = c_1 + l_1 / 6$ ve (1)

Burada c_1 kolonların hesap doğrultusundaki boyutu, l_1 hesap yapılan doğrultudaki açıklığın merkezden merkeze uzaklığı, b Elastik efektif kiriş genişliği, al_2 Elastik efektif kiriş genişliğini temsil etmektedir.

Yukarıdaki denklemlerde verilen formüller döşeme kiriş elemanlarının rijit bir şekilde birleştiği varsayımı altında yapılmıştır. Eğer çubuk eleman modellerinde rijit düğüm noktası yoksa Denklem 1 de verilen değerler, $1/(1-c_1/l_1)^3$ katsayısı ile çarpılarak değiştirilir.

Yatay açıklık mesafesinin, (l_2), yanal yükler altında ki döşeme elemanlarının rijitlik üzerindeki etkisi çok azdır. Mesafenin artması yanal rijitliği oldukça az artırmaktadır Mehraïnd and Aalami (1974), Pecknold (1985) ve Allen and Darvall (1977).

Çatlamanın Rijitlik Üzerindeki Etkisi

Yatay yer değiştirmeler moment dağılımını önemli derecede etkiler. Bu nedenle çatlamanın yapı sistemlerinin rijitliğinde yapacağı değişiklikler önemli olur.

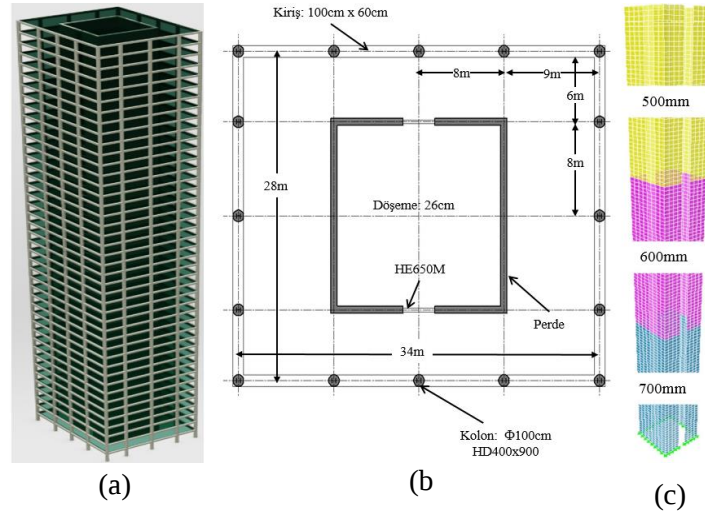
Sismik analizin gerekliliği olarak dayanımın, histeretik davranışın ve doğrusal olmayan rijitliğin analitik modelde dikkate alınması gerekir. Yapısal modeller üzerindeki yetersiz deney verisi eksikliğinden dolayı Vanderbilt and Corley (1983) döşeme rijitliğinde alt sınır değer olan, tüm kesit alanının 1/3 değerini önermişlerdir. Daha ileriki araştırmalarda Hwang and Moehle (2000) alt sınır değerine göre daha kritik sonuç veren aşağıdaki formülü önermişlerdir.

$$\beta = 4c_1/l_1 \geq 1/3 \quad (2)$$

Art germe döşeme sistemlerinde çatlamanın daha az meydana gelmesinden dolayı β değerinin daha büyük bir sayı alınması uygun olur. Kang and Wallace (2005) tarafından yapılan analitik çalışmalar efektif giriş genişliği modelinde, α değeri için 0.75 ve 0.70 ve β değeri için 1/3 ve 2/3 arasında değerler kullanılmasının deneysel ve analitik verilerle uyum sağladığını göstermiştir.

İNCELENEN TASARIM BİNASI VE 3B ELASTİK MODEL

Bu bildirideki yüksek yapının tasarımı, İstanbul / Şişli ilçesi, Mecidiyeköy Mahallesi mevkiinde inşa edilen yüksek bir yapı örnek alınarak yapılmıştır. Projenin kalıp planları doğrusal olmayan modelleme aşamasında kolaylık sağlaması için basite indirgenmiştir. Tasarımı yapılacak binanın yüksekliği 163.4m olup toplamda 43 normal kattan oluşmaktadır. Planda dikdörtgen bir yapıya sahip ofis binası basite indirgenmiş hali ile yaklaşık 952 m² 'lik tip kat alanına sahiptir. Kat yükseklikleri tüm katlarda 3.8m alınmıştır. Yapının bodrum katları analiz safhasında hesaba katılmamıştır. B grubu zemin üzerinde inşa edilecek yapının tasarımı yerli ve yabancı yönetmelik ve kaynaklar kullanılarak gerçekleştirilmiştir.



Şekil 2. Test binası: (a) 3D görünüş; (b) Tipik kalıp planı; (c) Perde görünüş.

Taşıyıcı Sistem Tanımı

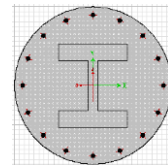
Çekirdek perdeler

Betonarme çekirdek perdelerin tasarımı yapıya etkiyen deprem ve rüzgar gibi yanal yüklerin %90 'ını karşılayacak şekilde yapılmıştır. Bu doğrultuda temel üstünde perde kalınlıkları 70 cm ile sınırlandırılmıştır. Üst katlarda ise performans dayalı tasarım ilkeleri doğrultusunda perde kalınlıkları azaltılarak daha elverişli çözümler elde edilmiştir. Katlara göre çekirdek perde kalınlıkları,

- 12.00 ile +57.00 kotları arası 700 mm
- 57.00 ile +114.00 kotları arası 600 mm
- 114.00 ile +163.4.00 kotları arası 500 mm

Kompozit kolonlar

Kolonlar, yanal sistemin parçası olarak düşünülmemesine rağmen, tasarımı deprem yüklerinin %25 karşılayacakmış gibi yapılmıştır. Doğrusal olmayan analizde kolaylık sağlamak maksadıyla gerçekte tasarımı yapılmış yapı içerisinde değişken olan kompozit kolonlar tasarım binasında tek tip olarak seçilmiştir.



Kompozit 100x100-
HD400x900

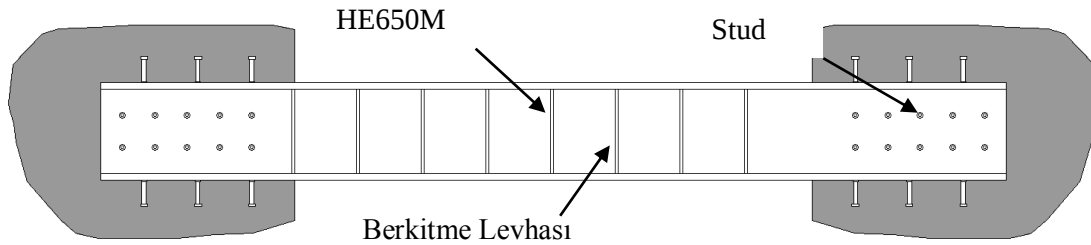
Şekil 3. Kompozit Kolon

Kirişler

Kat çerçevesinde yer alan ana çerçeve kirişleri 100x60cm ebatlarında seçilmiştir. Tipik olarak seçilen bu kirişlerin yanal sisteme katkısı olduğu gibi mantar döşeme sisteminde kolonlarda oluşabilecek zımbalama sorununu da ortadan kaldırmaktadır. Bundan dolayı eşdeğer kiriş elemanlar için doğrusal olmayan analizde burulma elemanları tanımlanmamış kolonlarda zımbalama etkisi dikkate alınmamıştır.

Bağ girişleri

Yapının deprem davranışı sırasında, bölüm 2.1.1’ de anlatıldığı üzere perdeler arası etkileşimi sağlayan bağ kirişlerinde büyük şekil değiştirmeler meydana gelmektedir. Bu elemanların yeterli sünekliği sağlaması için betonarme tasarımında yüksek miktarda donatı yerleşimi ve buna bağlı olarak büyük eleman boyutları ortaya çıkmaktadır. Bunun yerine, istenilen şekil değiştirmelere çok daha küçük tek bir eleman ile karşı koyabilmek ve mimari kat yüksekliğinin sınırlandırılmış olmasından dolayı bağ kirişlerinde, inşası yapılmış yapının tasarımında, yapısal çelik elemanlar kullanılmıştır. Tüm katlarda çelik bağ kirişi olarak HE650M’ kullanılmıştır. Bağ kirişleri, ETABS programında kabuk elemanlar yerine çubuk elemanlar yardımıyla modellenmiştir.



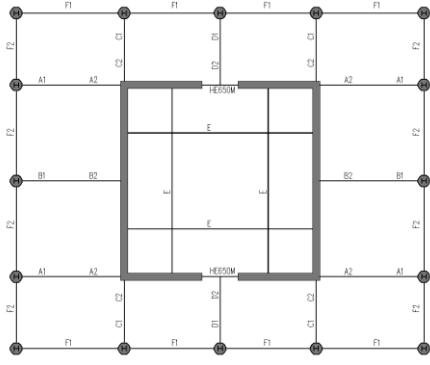
Şekil 4. Çelik Bağ Kirişi

Shahrooz vd., (1993), Gong vd., (1998), Harries vd., (1977) yaptıkları deney sonuçlarına göre; çelik veya kompozit çelik kirişlerin perde duvar yüzünde bağlantıları tam anlamıyla ankastre değildir. Yanal ötelenmenin ve perde duvara gelen kuvvetlerinin yeterli doğrulukta hesaplanabilmesi için, tam anlamıyla oluşmayan bu ankastrelik davranışının analiz modellerinde yapıya bir miktar daha esneklik verilerek hesaba katılması gerekmektedir. Shahrooz vd., (1993), Gong vd., (1998), deney sonuçlarına dayanarak analiz modellerindeki efektif ankastre noktasının kiriş gömülme uzunluğunun $1/3'$ ü olarak alınarak bu esnekliğin verilmesini tavsiye etmişlerdir. $g = g_{temiz} + 0.6l_e$ Burada, g_{temiz} , Perdeler arasındaki net açıklık, l_e , Gömülme uzunluğudur.

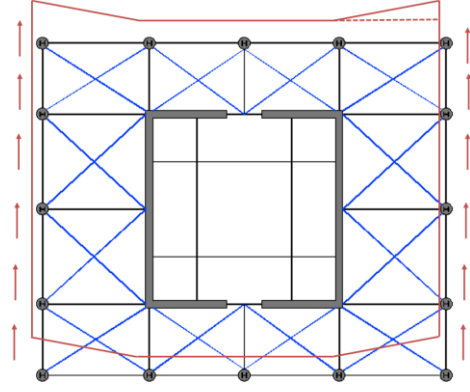
Tasarımı yapılacak yapının ön tasarım aşamasında gömülme uzunluğu bilinmemektedir. Çelik bağ kirişin rijitliğinin azaltılmasını buna bağlı olmasından dolayı, ön tasarım yapılırken çelik kirişin efektif rijitliği (kesme ve eğilme bileşenleri) orijinal rijitliğinin %60 'ı kadar alınabilir (Harries vd., 1997).

Eşdeğer Çerçeve Modeli

Tasarım binasındaki Hwang ve Moehle (2000) tarafından önerilen efektif kiriş genişliği yöntemi kullanılarak çubuk elemanlar yardımıyla modellenmiştir. Kabuk elemanlar yerine kullanılan çubuk elemanlar (eşdeğer döşeme kirişleri) yatay genişliği efektif kiriş genişliğini ve derinliği de döşemenin gerçek derinliğini ifade edecek şekilde dikdörtgen kesitler tarafından modellenmiştir (Tablo 1). Eşdeğer çerçeve modellerinde çoğu çalışma, düşey ve yanal kuvvetlere maruz kalan döşeme ve kolonlardan oluşan sistemler üzerinde yapılmıştır. Buna rağmen döşeme ve perdeden oluşan sistemler üzerinde hala ciddi tartışmalar devam etmektedir. Döşeme açıklığının perdeye paralel mi yoksa dik mi olduğuna bağlı olarak değişik davranışlar ortaya çıkmıştır. Bu çalışmada ki perdeye dik olarak bağlanan çubuk elemanların efektif kiriş genişlikleri, ATC72, 2010' de önerildiği gibi döşeme şerit genişliğine (l_2) eşit olacak şekilde modellenmiştir.



Şekil 5. Eşdeğer Model



Şekil 6. Çaprazlı Eşdeğer Model

Tablo 1. Eşdeğer Döşeme Genişlikleri

	c1 (cm)	l1 (cm)	l2 (cm)	α	β	$\alpha l2$ (cm)	$\beta \alpha l2$ (cm)
A1	100	900	700	0.72	0.44	500	222
A2	100	900	700	0.93	0.33	650	217
B1	100	900	800	0.63	0.44	500	222
B2	60	900	800	1	0.33	800	222
C1	100	600	850	0.47	0.667	400	267
C2	60	600	850	0.71	0.33	600	200
D1	100	600	800	0.5	0.5	400	200
D2	100	600	800	1	0.33	800	267
E	60	1600	800	1	0.33	800	267
F1	100	800	300	0.78	0.5	233	117
F2	100	800	450	0.78	0.5	233	117

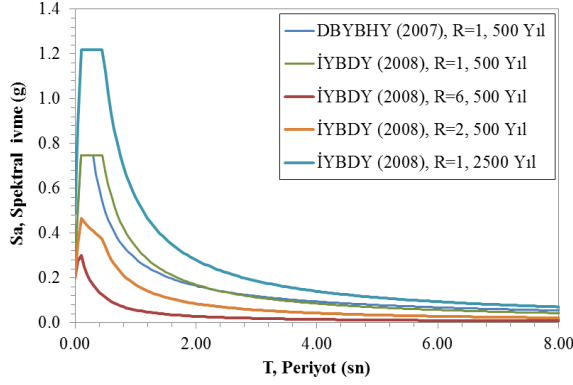
Önerilen Eşdeğer Çerçeve Modeli

Düzlem içi kuvvet aktarımını engelleyecek şekilde önemli miktarda boşluk içermeyen betonarme döşeme sistemi bulunan binalarda düzlem içi rijitliğin çok fazla olması ve düzlem içi deformasyonlarının pek fazla oluşmaması yapıya önemli miktarda rijitlik katmaktadır. Kabuk modelde döşeme yerine eşdeğer kirişlerin kullanılması sonucu rijitlik bir miktar azalmıştır. Yapı içerisindeki azalan rijitliğin geri kazanılması için model içerisine Şekil 6' daki gibi çaprazlar ilave edilmiştir. Düzlem içi atılan bu çaprazlar sayesinde, yapı içerisindeki rijitliğin artırılmasının dışında, model içerisinde rijit diyafram yaklaşımı yapılmayarak bağ kirişlerine gelen eksenel yüklerin tasarım aşamasında dikkate alınması sağlanmıştır.

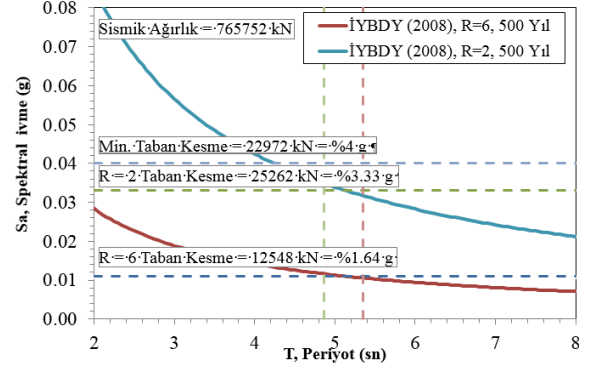
Düzlem içi çaprazların rijitlikleri yapılan ayrı bir çalışma ile belirlenmiştir. Şekil 6' da görüleceği gibi bu çalışmada uygulanan felsefe, kabuk model ve eşdeğer çerçeve modellerinde herhangi bir noktadan düzlem içine uygulanan yayılı bir kuvvet sonrası oluşan düzlem içi ötelenmelerinin aynı olması prensibine dayanır.

MODAL ANALİZ

Bu rapora göre temel zemini DBYYHY(2007) kapsamında zemin grubu B1, yerel zemin sınıfı ise Z1 olarak nitelendirilen ve İYBDY(2008) veya IBC(2006) şartnameleri kapsamında “B/C” arası zemin sınıfına ($V_s = 360\text{m/s}$) eş düşen sınıf olarak belirlenmiştir.

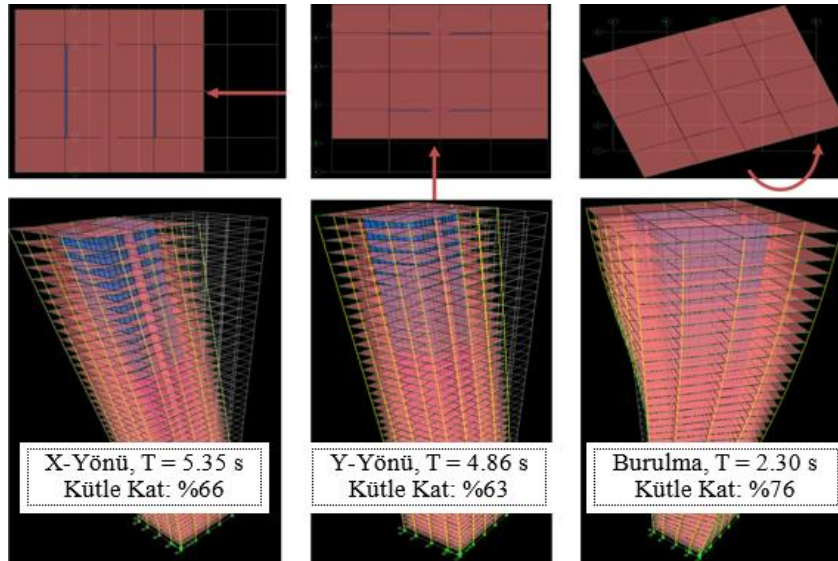


Şekil 7. Tasarım Spektrumları



Şekil 8. Taban Kesme Kuvvetleri

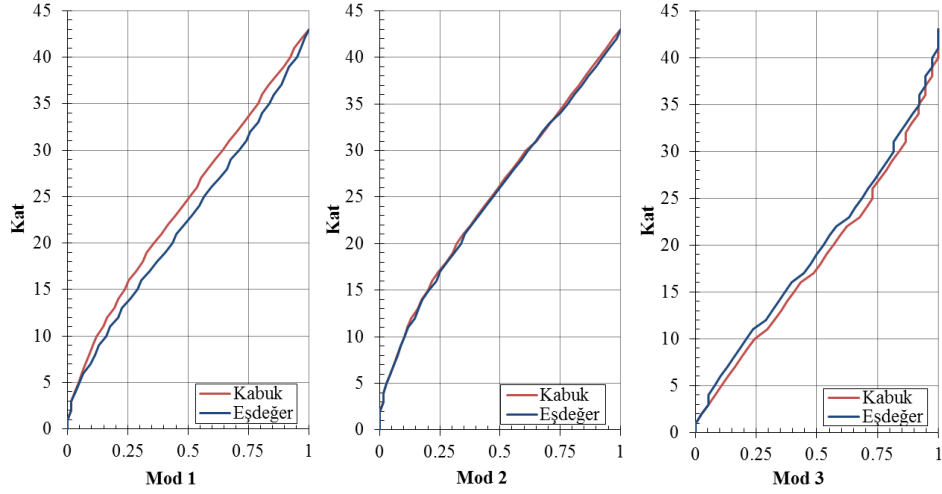
Aşağıda orijinal yapının modal analiz ve tasarım spektrumu ile yapılan spektrum analizinden elde edilen periyotlar ve taban kesme kuvvetleri görülmektedir.



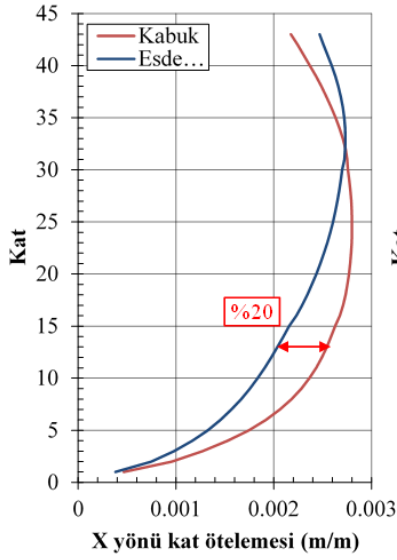
Şekil 9. Tasarım Binası Periyot ve Kütle Katılımı

ANALİZ SONUÇLARI VE KARŞILAŞTIRMALAR

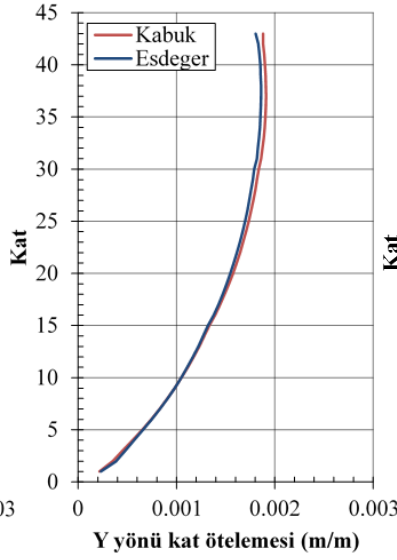
Orijinal matematiksel model ile eşdeğer çerçeve modellerinin yapısal davranışı eşdeğer statik, modal ve modal birleştirme yöntemleri kullanılarak karşılaştırılmıştır. Bu sonuçlar aşağıda resim ve grafikler halinde sunulmuştur. Grafiklerde görüldüğü gibi eşdeğer çerçeve yöntemi kabuk elemanların kullanıldığı modele gayet yakın sonuçlar vermektedir. X-yönündeki görelî kat ötelemelerindeki hata diğer yapı tepkilerindeki hatalara göre daha büyük ancak, bu hata seviyesi pratik ve bilimsel uygulamalar açısından kabul edilebilir bir hata seviyesidir.



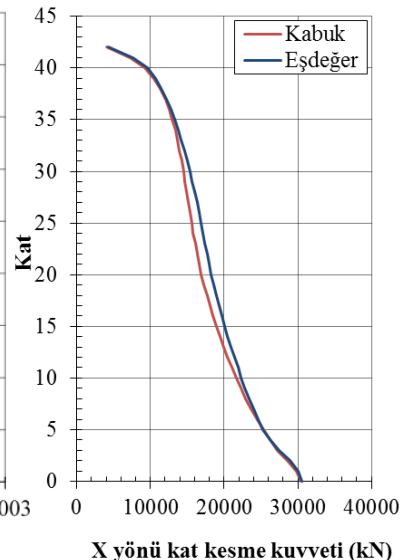
Şekil 10. Normalize Edilmiş Modal Yerdeğiştirme (m/m)



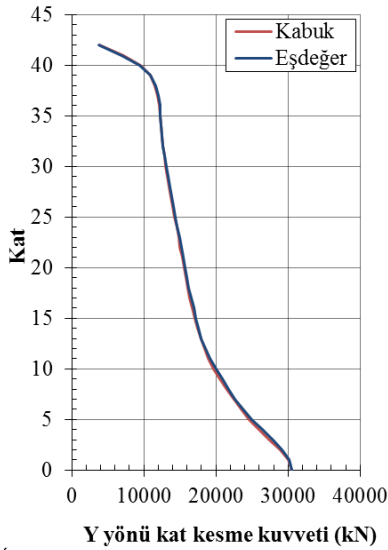
Şekil 11. X Yönü Görelî Kat Ötelemesi



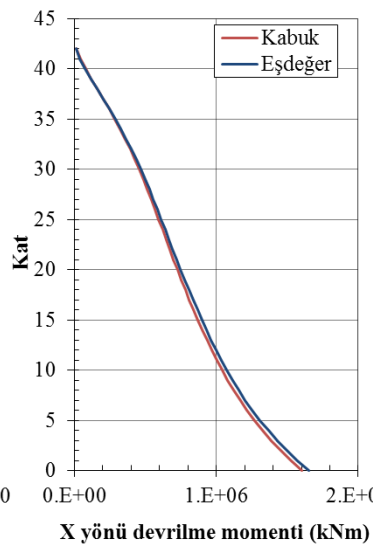
Şekil 12. Y Yönü Görelî Kat Ötelemesi



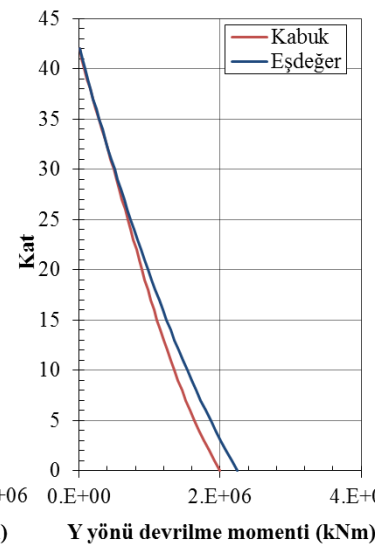
Şekil 13. X Yönü Kat Kesme Kuvvetleri



Şekil 14. Y yönü Kat Kesme Kuvvetleri



Şekil 15. X Yönü Kat devrilme Momentleri



Şekil 16. X Yönü Kat devrilme Momentleri

SONUÇLAR

Analiz sonuçlarından elden edilen verilere göre;

- Eşdeğer çerçeve modelinin yapı yanal rijitliğini, döşeme ve kolonlar arasındaki yük transferini elastik sınırlar içerisinde makul derecede yansıttığı görülmüştür;
- X yönünde yapılan analizler sonucu iki model arasında farklar gözlemlenmiştir. X yönünde meydana gelen bu farkların nedeninin döşemeler tarafından sağlanan perdeler arası bağıl davranışın eşdeğer kirişler tarafından tam olarak sağlanamamasından kaynaklandığı düşünülmüştür. Bu farklar;
 - X yönünde normalize edilmiş 1. Mod şekilleri karşılaştırıldığında iki model arasında %7 fark gözlemlenmiştir;
 - X yönünde görel kat ötelemeleri karşılaştırıldığında iki model arasında %20 fark gözlemlenmiştir;
 - X yönünde kat kesme kuvvetleri karşılaştırıldığında iki model arasında %7 fark gözlemlenmiştir;
 - Y yönü kat devrilme momentleri karşılaştırıldığında iki model arasında %13 fark gözlemlenmiştir;
- Y yönünde yapılan analizlerden elde edilen verilere göre iki modelin de yaklaşık olarak aynı sonuçlar verdiği gözlemlenmiştir. Bunun nedenininse yapı içerisindeki bağ kirişlerinin X yönünde olması ve Y yönündeki perdelerin çok rijit olmasından kaynaklandığı düşünülmüştür.

KAYNAKLAR

- Allen FH, and Darvall P (1997) "Lateral Load Equivalent Frame" *ACI Structural Journal*, Proceedings, Vol.74, No.7, 294-299
- Dovich L and Wight JK (2005) "Effective Width Model for Seismic Analysis of Flat Slab Systems," *ACI Structural Journal*, Vol. 102, No. 6, 868-875
- Grossman JS (1997) "Verification of proposed design methodologies for effective width of slabs in slab-column frames" *ACI Structural Journal*, Vol. 94, No.2, 181-196
- Hwang SJ and Moehle JP (2000) "Models for laterally loaded slab-column frames" *ACI Structural Journal*, Vol. 97, No.2, 345-353
- Kang THK and Wallace JW (2005) "Dynamic Responses of Flat Plate Systems with Shear Reinforcement," *ACI Structural Journal*, Vol. 102, No.5, 763-773
- Luo YH and Durrani AJ (1995) "Equivalent Beam Model for Flat-Slab Buildings-Part I: Interior Connections" *ASCE Structural Journal*, Vol.92, No.1, 115-124
- Luo YH and Durrani AJ (1995) "Equivalent Beam Model for Flat-Slab Buildings-Part II: Exterior Connections." *ASCE Structural Journal*, Vol.92, No.2. 250-257
- Pecknold D (1975) "Slab Effective Width for Equivalent Frame Analysis." *ACI Journal*, Vol.72, No.4, 135-137.
- PEER/ATC (2006) *Modelling acceptance criteria for seismic design and analysis of tall buildings* (PEER/ATC Report 72-1), Berkeley, CA.
- Vanderbilt MD Corley WG (1983) "Frame analysis of concrete buildings" *ACI Structural Journal*, Vol.5, No.12, 33-43.